

〔Ⅰ〕 以下の問の ア ～ シ にあてはまる適切な数、数の組、または式を解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

(1) $(1 + i)^{10}$ を展開して得られる複素数は ア である。ただし、 i は虚数単位とする。

(2) x の関数 $f(x) = x^2 + ax + b$ がある。方程式 $f(x) = 0$ の2つの実数解の差が1であり、 x の値が2から5まで変わるときの $f(x)$ の平均変化率が $\frac{13}{2}$ であるとき、 a の値は イ、 b の値は ウ である。

(3) xy 平面上において、点 P は2点 $A(0, 0)$ 、 $B(7, 0)$ に対して $AP : BP = 3 : 4$ を満たす。

(i) 点 P の軌跡の方程式は エ である。

(ii) 点 P の軌跡を境界線とする2つの領域のうち、点 A を含む領域と、不等式 $y \leq \sqrt{3}|x + 9|$ の表す領域の共通部分の面積は オ である。

(4) θ は実数で、 $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ を満たす。方程式

$$4\cos\frac{\theta}{2}\left(\cos\frac{\theta}{2} + \sin\frac{\theta}{2}\right) = 1$$

を満たすとき、 $\sin\theta + \cos\theta$ の値は カ であり、 $\sin\theta$ の値は キ である。

- (5) 3進法で表された $3n$ 桁の整数

$$\overbrace{2 \ 1 \ 0 \ 2 \ 1 \ 0 \ \cdots \ 2 \ 1 \ 0}^{3n \text{ 桁}}_{(3)}$$

がある（ただし、 n は自然数とする）。この数は、 $1 \leq k \leq n$ を満たすすべての自然数 k に対して、最小の位から数えて $3k$ 番目の位の数が 2、 $3k-1$ 番目の位の数が 1、 $3k-2$ 番目の位の数が 0 である。この数を 10 進法で表した数を a_n とおく。

(i) $a_2 =$ である。

(ii) a_n を n の式で表すと、 である。

- (6) 整数 x, y が $x > 1, y > 1, x \neq y$ を満たし、等式

$$6x^2 + 13xy + 7x + 5y^2 + 7y + 2 = 966$$

を満たすとする。

(i) $6x^2 + 13xy + 7x + 5y^2 + 7y + 2$ を因数分解すると である。

(ii) この等式を満たす x と y の組をすべて挙げると $(x, y) =$ である。

- (7) 座標空間内に 4 点 A (0, -2, 2), B (0, 2, 2), C (2, 0, -2), D (-2, 0, -2) がある。

この 4 点を頂点とする四面体 ABCD の体積は である。

《 〔Ⅱ〕〔Ⅲ〕 は、13ページ以降にあります 》

〔Ⅱ〕 以下の問の ～ にあてはまる適切な数または式を，解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

与えられた図形の頂点から無作為に異なる 3 点を選んで三角形をつくる試行を考える。
ただし，この試行におけるすべての根元事象は同様に確からしいとする。

(1) 正 n 角形における全事象を U_n とし，その中で面積が最小の三角形ができる事象を A_n とする。ただし， n は $n \geq 6$ を満たす自然数とする。

(i) 事象 U_6 において，事象 A_6 の確率は である。

(ii) 事象 U_n において，事象 A_n の確率を n の式で表すと であり，
この確率が $\frac{1}{1070}$ 以下になる最小の n の値は である。

(iii) 事象 $U_n \cap \overline{A_n}$ において，面積が最小となる三角形ができる確率を n の式で表すと である。

(2) 1 辺の長さが $\sqrt{2}$ である 立方体 における全事象を V とすると，事象 V に含まれるすべての三角形の面積の平均値は である。

- 〔Ⅲ〕 以下の問の ツ ～ ニ にあてはまる適切な数、座標または式を、解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

xy 平面上に、 x の関数

$$f(x) = x^3 + (a + 4)x^2 + (4a + 6)x + 4a + 2$$

のグラフ $y = f(x)$ がある。 $y = f(x)$ が任意の実数 a に対して通る定点を P、点 P における接線が $y = f(x)$ と交わる点を Q とおく。

- (1) 点 P の座標は ツ であり、点 P における接線の方程式は $y =$ テ である。

- (2) $a = 5$ のとき、 $y = f(x)$ 上の点における接線は、 $x =$ ト において傾きが最小になる。

- (3) $x =$ ト において $f(x)$ が極値をとるとき、 $a =$ ナ であり、
点 $($ ト $,$ $f($ ト $))$ を S とおくと、三角形 SPQ の面積は ニ である。